المُهَنْدِس

THE ENGINEER

الصف الثاني الثانوي الاستاتيكا (العدد الأول)

AHMED SALAH

We do no[illegible]mber days; we remember moments.

MEMORIES

FACEBOOK الصفحة الرسمية للمهندس احمد صلاح رياضيات باسلوب راقي AHMED SALAH 01110776684

FACEBOOK جـــروب: طلاب المهندس احمد صلاح رياضيات باســـــلـــوب راقي

ملحوظه
ان كل حاجة تخص علمي مكملة معاك في 3ث
لو اتخصصت علمي رياضة ف ركز زززز

الاستاتيكا هي علم دراسة الاجسام الساكنة و القوة المؤثرة عليها

الديناميكا هي علم دراسة الاجسام المتحركة وسرعتها و هكذا

إن شاء الله في مادة الميكانيكا ← الاستاتيكا / الديناميكا

الدرس الأول

محصلة قوتين متلاقتين في نقطة واحدة

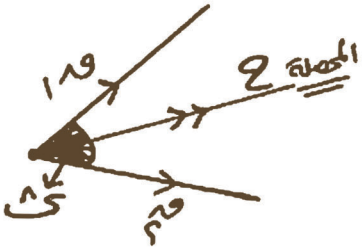
القوانين

١ مقدار محصلة متجهين

General Law ← قانون عام

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2 ق_1 ق_2 \text{ جتا } \theta}$$

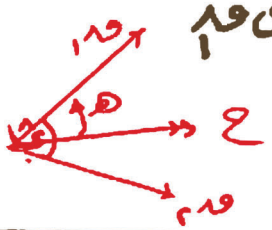
θ الزاوية بين القوتين



٢ إتجاه المحصلة ← زاوية ميل المحصلة على ق١

$$\text{ظا } \alpha = \frac{ق_2 \text{ جا } \theta}{ق_1 + ق_2 \text{ جتا } \theta}$$

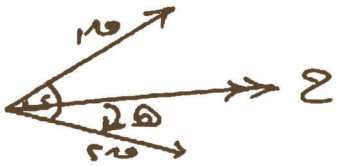
α زاوية ميل المحصلة على ق١



← زاوية ميل المحصلة على ق٢

$$\text{ظا } \beta = \frac{ق_1 \text{ جا } \theta}{ق_2 + ق_1 \text{ جتا } \theta}$$

β زاوية ميل المحصلة على ق٢



* **ملحوظة:** يتحدد تأثير قوة على جسم بثلاث عوامل: مقدار القوة، وإتجاه القوة، ونقطة تأثير القوة

FACEBOOK الصفحة الرسمية للمهندس احمد صلاح رياضيات باسلوب راقي AHMED SALAH 01110776684
جـروب: طلاب المهندس احمد صلاح رياضيات باسلـــوب راقي FACEBOOK

مثال ١

قوتان مقدارهما ٣، ٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية والزاوية بينهما ٦٠°
أوجد مقدار واتجاه المحصلة.

الحل

ق١ = ٥ نيوتن
ق٢ = ٣
ك = ٦٠°

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2 ق_1 ق_2 \text{جتا} ك}$$

$$ح = \sqrt{٥^2 + ٣^2 + 2 \times ٥ \times ٣ \times \text{جتا} ٦٠°}$$

ح = ٧ نيوتن

← لاتجاه المحصلة ← نجيب ∠ على (ق١ أو ق٢ بحسب الكبر)

$$\text{ظا} هـ = \frac{ق_2 \text{جا} ك}{ق_1 + ق_2 \text{جتا} ك}$$

$$= \frac{٣ \text{جا} ٦٠}{٥ + ٣ \text{جتا} ٦٠} = \frac{\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}}{\frac{١٣}{٢}}$$

$$\therefore هـ = \text{ظا}^{-1}(\frac{٣\sqrt{٣}}{١٣}) \leftarrow \text{shift tan}$$

هـ = ٢١° ٤٧′ ١٢,٤٤″ = ٢١,٧٨٦٧٨٩٣°

٢ قوتان مقدارهما ٣، ٦ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٥°
فإن قياس الزاوية بين المحصلة وأكبر القوتين هو .....
اختر [٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠° ، ٩٠°]

الحل

$$\text{ظا} هـ = \frac{ق_2 \text{جا} ك}{ق_1 + ق_2 \text{جتا} ك} = \frac{٦ \text{جا}(١٢٥)}{٣ + ٦ \text{جتا} ١٢٥}$$

ظا هـ = ١
هـ = ٤٥° ← shift tan
∠ على (ق٢)

٣ قوتان مقدارهما ٨، ٦ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية ١٥٠°
أوجد:
مقدار المحصلة، وقياس الزاوية التى تصنعها مع القوة الأولى.

الحل

٨٠ نيوتن
٦ ٣٠°

حالات خاصـــــــــة

1. القوتان في الاتجـــاه

* تكون المحصلة قيمة عظمى
* وتساوى مجموع عزم $ح = ق_1 + ق_2$
* وتكون الزاوية بينهما صفر $\theta = 0$
* اتجاه المحصلة هو نفس اتجاه عمل القوتين.

تشوف فهم غيرهم من حلول المسائل

ليه $ح = ق_1 + ق_2$

تعال نشوف لو موضوع الزاوية بينهم

بـ $\theta = 0$ صفر

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2 ق_1 ق_2 \text{ جتا } 0}$$

$$= \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2 ق_1 ق_2 \times 1}$$

$$= \sqrt{(ق_1 + ق_2)^2}$$

$= ق_1 + ق_2$

2. القوتان في عكس الاتجاه

$\theta = 180°$

$ق_1 \leftarrow O \rightarrow ق_2$ أو $ق_2 \leftarrow O \rightarrow ق_1$

تكون المحصلة = الفرق بينهما لقوتين

$ح = |ق_1 - ق_2|$ + القوة الكبرى - القوة الصغرى

* وتكون المحصلة قيمة صغرى
* وتكون الزاوية بينهما $\theta = 180°$
* واتجاه المحصلة في اتجاه القوة الأكبر

3 القوتان متعامدتين

$\theta = 90°$

أي أن $\theta = 90°$

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2 ق_1 ق_2 \text{ جتا } 90}$$

جتا 90 = صفر

$$\therefore ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$$

$$\text{ظا } \alpha = \frac{ق_2 \text{ جا } 90}{ق_1 + ق_2 \text{ جتا } 90}$$

جتا 90 = صفر

$$\text{ظا } \alpha = \frac{ق_2}{ق_1}$$

عكس $ق_1$

4 القوتان متساويتان في المقدار

$ق_1 = ق_2 = ق$

في هذه الحالة تنصف المحصلة الزاوية θ بين القوتين ويكون:

$$ح = 2 ق \text{ جتا } \left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\alpha = \frac{\theta}{2}$$

ملحوظة: إذا كانت القوتان متساويتين والزاوية بينهما $120°$

فإنه $ح =$ أحد القوتين

الدليل:

$ق_1 = ق_2 = ق$

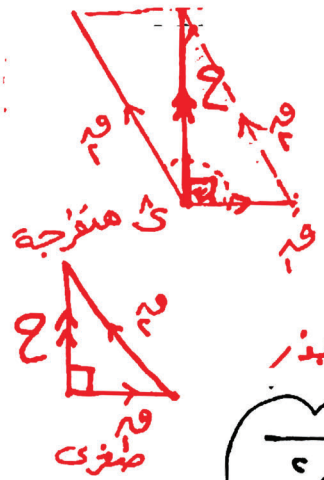
$$\therefore ح = 2 ق \text{ جتا } \frac{\theta}{2} = 2 ق \text{ جتا } 60$$

$$= 2 ق \times \frac{1}{2} = ق$$

AHMED SALAH
AHMED SALAH 01110776684 الصفحة الرسمية للمهندس احمد صلاح رياضيات باسلوب راقي FACEBOOK
جـروب: طلاب المهندس احمد صلاح رياضيات باسلـــوب راقي FACEBOOK

٥ المحصلة عمودية على إحدى القوتين ⟺ ظا هـ = ٩٠°

* دائماً ق تكون عمودية ⊥ على القوة الصغرى



صد فيثاغورث
ربع واطرح تحت الجذر

$$ق = \sqrt{ق_1^2 - ق_2^2}$$

جتا ى = $\frac{ق_1^2 - ق_2^2}{ق_1 ق_2}$
ى مقرجة بين القوتين

لماذا جتا ى سالبة ؟
لأن ى مقرجة ← ربع ثانى

	كل	ظا	حا
ربع ثانى	+	-	+

ق (هـ) = ٩٠°
زاوية ميل المحصلة على القوة الأولى / الصغرى

٦ القوتان متساويتان ومتضادتان فى الاتجاه

ق ← هـ = ٠° ← ق
المحصلة ق = صفر

أهم المسائل

١ قوتان متعامدتان

مقدارهما ٦ ، ٢,٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية واحدة
أوجد: مقدار واتجاه محصلتهما.

الحل

ق١ = ٦ ، ق٢ = ٢,٥ ، ى = ٩٠°

$ق = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2} = \sqrt{٦^2 + (٢,٥)^2}$
= ٦,٥ نيوتن

ظا هـ = $\frac{ق_2 حا ى}{ق_1 + ق_2 جتا ى}$ = $\frac{ق_2 حا ٩٠}{ق_1 + ق_2 جتا ٩٠}$ = $\frac{ق_2}{ق_1}$ = $\frac{٢,٥}{٦}$ = $\frac{٥}{١٢}$

∴ هـ = ٢٢° ٣٧′

٢ اختر وأكمل :

① قوتان تؤثران فى نقطة مقدارهما ٨ ، ٦ نيوتن محلوله:
أصغر قيمة للمحصلة = ... نيوتن

أكبر قيمة عظمى للمحصلة = ... نيوتن

② إذا كانت المحصلة = قيمة عظمى
فإن الزاوية بين القوتين = ...

③ إذا كانت ٣٦٥ نيوتن
قوتين فأوجد ∈ [٠ ، ٦٠]

الحل

④ إذا كانت محصلة ٤٦٧ نيوتن
= ١٠ نيوتن فأوجد الزاوية
بينهما هي ---

الحل

⑤ إذا كانت محصلة القوتين ١٠٦٣
هي ٧ نيوتن فأوجد الزاوية بينهما
تساوي ---

الحل

⑥ إذا كانت القوتين ٦٧٦
محصلتهم هي ٦ نيوتن فأوجد
الزاوية بينهما = ---

الحل

⑦ قوتان مقدارهم ٣ ، ٢٦ ث
ومقدار محصلتهم ٥ ث فأوجد الزاوية
بينهما = ---
(صفر ، ٦٠ ، ٩٠ ، ١٨٠)

الحل

⑧ قوتان متساويتان في المقدار
مقدارهما ٣٦٥ فكانت قياس
الزاوية بينهما ٦٠° فأوجد
مقدار المحصلة = ---
(٥ ، ٨ ، ٦ ، ٧ ، ٦٢)

الحل

⑨ قوتان متساويتان في المقدار
والزاوية بينهما $\frac{\pi}{2}$ ومقدار
محصلتهما ٨ نيوتن فأوجد
مقدار كل قوة منهما = ... نيوتن

الحل

متساويتان في المقدار
ق = ٢ ق حتا $\frac{\theta}{2}$
٨ = ٢ ق حتا $\frac{90}{2}$
٨ = ٢ ق حتا ٤٥
$\therefore$ ق = $\frac{8}{2 \text{ حتا } 45}$ = $\frac{8}{\sqrt{2}}$ = $4\sqrt{2}$ نيوتن

⑩ قوتان ق ، ٢ ق محصلتهما
عمودية على احداهما فأوجد ق
ق = ---
(ق ، ٥ ق ، ٣٧ ق ، ٣ ق ، ٦ ق)

الحل

$\sqrt{ق^2 + (2ق)^2} = \sqrt{ق^2 + 4ق^2} = \sqrt{5ق^2}$

(٣) إذا كان القوتان ٦، ٨ ث
مثال الزاوية بينهما ١٣٥°
أوجد ٨ ث ، مقدار المحصلة
إذا كانت تميل على ٨ ث بزاوية ٤٥°

(٤) قوتان مقدارهما
١٠٠، ٥٠ ث توثران
في نقطة ماديه محصلتهما
عموديه على القوه الأولى
أوجد ① قياس الزاوية بينهما
② مقدار المحصلة.

(٥) قوتان متساويتان في المقدار
محصلتهما ٣٦٧٠ وقياس الزاوية
بينهما ٦٠° أوجد مقدار كل منهما.

⑤ إذا أثرت القوى الثلاث التي مقاديرها ١٠ ، ٧٤ ، ٧٧٥ من نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠° أوجد القيمة العظمى والصغرى لمحصلتهم.

الحل

الفكرة هنجيب محصلة أول موتين $\overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2}$ ونعتبرها قوة واحدة ثم نجيب محصلتها مع القوة الثالثة

محصلة جديدة ← قيمة عظمى = جمع
الحل: ← قيمة صغرى = طرح

$$ق_{ح_1} = \sqrt{٧٥^2 + ١٠^2 + ٢ \times ٧٥ \times ١٠ \times \text{جتا}٦٠}$$
$$= ٧٧٥ \text{ نيوتن}$$

∴ القيمة العظمى الجديدة
$$= ٧٧٥ + ٧٧٤ = ٧٧٩ \text{ نيوتن}$$

∴ القيمة الصغرى الجديدة
$$= ٧٧٥ - ٧٧٤ = ٧٧ \text{ نيوتن}$$

تدريب: قوتان مقدارهما ١٢ ، ١٥ نيوتن وجيب تمام الزاوية بينهما $\frac{٤}{٥}$
* أوجد مقدار محصلتهما.
* أوجد زاوية ميل المحصلة على ق١

الحل

⑥ إذا كان ح محصلة قوتين ∈ [١٢ ، ٣٢] أوجد:
مقدار القوتين ثم احسب المحصلة إذا كانت الزاوية بين القوتين ٦٠°.

الحل

القيمة الصغرى	القيمة العظمى
١٢	٣٢

$$ح = ٢٠\sqrt{٧}$$

$$ص = ٢٢ \quad ، \quad ق = ١٠$$

⑦ قوتان ٤ ق ، ٣ ق أوجد قياس الزاوية بينهما إذا كانت مقدار المحصلة ١٣٧ ق

الحل:

$$ح = \sqrt{ق^2 + ق^2 + ٢ق \cdot ق \cdot \text{جتا}\theta}$$ ؟؟؟

$$\theta = ١٢٠°$$